

Методика демографического прогноза

Расчет ведется методом компонент. Разработку сценариев о возможных путях изменения показателей рождаемости, смертности и миграции осуществляют эксперты. В качестве сценарных переменных для рождаемости используются средний возраст матери при рождении ребенка и суммарный коэффициент рождаемости, для смертности – ожидаемая продолжительность жизни при рождении и коэффициент младенческой смертности, для миграции – абсолютные числа прибывших и выбывших. Сценарии уточняются раз в два года. Расчет проводится по всем субъектам Российской Федерации.

На **первом** этапе происходит определение младенческой смертности по полу (приложение 1) и преобразование сценарных переменных, разработанных экспертами, в возрастные коэффициенты рождаемости, смертности и миграции (приложения 2-4).

На **втором** этапе происходит расчет демографического прогноза на основе процедуры «передвижка по возрастам» (приложения 5-6).

На **третьем** этапе на данных прогноза населения происходит расчет таблиц рождаемости и смертности для всего прогнозного периода (приложения 7-8).

Блок-схема взаимосвязанных прогнозных расчетов на национальном и региональном уровнях



Процедура определения коэффициента младенческой смертности по полу на основе коэффициента смертности для двух полов вместе

t - год, для которого производится расчет, $isex$ - пол, $ireg$ - субъект.

Входные показатели

$q(0, t, 3, ireg)$ - коэффициент младенческой смертности для обоого пола,

$q(iage, t, isex, ireg)$, $iage = 0, isex = 3$.

Выходные показатели

$q(0, t, isex, ireg)$, $isex = 1, 2$ - коэффициент младенческой смертности мужчин и женщин

Расчет

$$Q(0, t, isex, ireg) = 1000 \cdot q(0, t, isex, ireg), isex = 3$$

$$Q(0, t, 1, ireg) = aM + bM \cdot Q(0, t, 3, ireg)$$

$$Q(0, t, 2, ireg) = aF + bF \cdot Q(0, t, 3, ireg) \quad '$$

где

	$Q(0, t, 3, ireg)$	$Q(0, t, 3, ireg) \geq 10$	$5 < q(0, t, 3, ireg) < 10$
aM	0.16091	1.26673	$(Q0 - 5) / 5 \cdot 1.26673 + (1 - (Q0 - 5) / 5) \cdot 0.16091$
bM	1.10188	1.07841	$(Q0 - 5) / 5 \cdot 1.07841 + (1 - (Q0 - 5) / 5) \cdot 1.10188$
aF	-0.17762	-1.35423	$(Q0 - 5) / 5 \cdot -1.35423 + (1 - (Q0 - 5) / 5) \cdot -0.17762$
bF	0.89273	0.9184	$(Q0 - 5) / 5 \cdot 0.9184 + (1 - (Q0 - 5) / 5) \cdot 0.89273$

$$q(0, t, isex, ireg) = Q(0, t, isex, ireg) / 1000, isex = 1, 2$$

Процедура выполнена

Процедура определения возрастных показателей смертности на основе ожидаемой продолжительности жизни и коэффициента младенческой смертности (по полу)

t - год, для которого производится расчет, $isex$ - пол, $ireg$ - субъект.

Входные показатели

Возрастные вероятности смерти, взятые в качестве базовой модели $q(iage, -, isex, ireg)$. При прогнозе берутся $q(iage, t-1, isex, ireg)$ - возрастные вероятности смерти в предыдущем году $t-1$, $iage = 0, \dots, 100$, для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности;

$e_0(t, isex, ireg), q_0(0, t, isex, ireg)$ - прогнозируемые ожидаемая продолжительность жизни по полу $isex$ и коэффициент младенческой смертности в году t ;

Ряды констант

$lgtS(iage, isex)$ константы для преобразования логитов вероятностей смерти

$$V(iage) = \begin{cases} 1 - 0.09 * iage, & iage < 12 \\ 0, & iage \geq 12 \end{cases} \text{ - вспомогательный ряд}$$

Выходные показатели

$q(iage, t, isex, ireg)$ - возрастные вероятности смерти в году t , по полу $isex$ и возрасту $iage = 0, \dots, 100$, для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности.

$PP(iage, t, isex, ireg)$ - возрастные вероятности дожития в году t , по полу $isex$ и возрасту $iage = -1, 0, \dots, 99$, где возраст «-1» означает родившихся в году t ;

Для упрощения в формулах опускается признак пола $isex$ и региона $ireg$.

Рассчитывается

$$lgt(iage, t-1) = 0.5 \cdot \ln(q(iage, t-1) / (1 - q(iage, t-1))), \quad iage = 0, \dots, 100$$

$lgt_0 = 0.5 \cdot \ln(q_0(t) / (1 - q_0(t)))$ (напомним $q_0(t)$ - сценарное значение младенческой смертности).

Задача решается подбором параметров $Par1$ и $Par2$, таких что ряд

$$lgt(iage, t) = lgt(iage, t-1) + (Par1 \cdot V(iage) + Par2 \cdot (1 - V(iage))) * lgtS(iage)$$

соответствует сценарным ожидаемой продолжительности жизни и коэффициенту младенческой смертности в году t .

$$Par1 = (lgt_0 - lgt(0, t-1)) / lgtS(0)$$

Второй параметр $Par2$ подбирается с помощью итераций, его значение при итерации $Step$ обозначим $Par2(Step)$

Первоначально (шаг итераций 0) $Step = 0, Par2(Step) = 0$

На каждом шаге итерации, соответствующие $Par1$ и $Par2$ величины рассчитываются по формулам

$$q(iage, t) = \exp(2 \cdot \lg t(iage, t)) / (1 + \exp(2 \cdot \lg t(iage, t))), \quad iage = 0, \dots, 100;$$

$$l(0, t) = 1$$

$$l(iage, t) = l(iage - 1, t) \cdot (1 - q(iage - 1, t)), \quad iage = 1, \dots, 100;$$

Далее:

$$LL(0, t) = \frac{3.4 \cdot q(0, t)^2}{(\sqrt{(1 - 0.93 \cdot q(0, t))^2 + 6.8 \cdot q(0, t)^2} \cdot (1 - 0.93 \cdot q(0, t)))}$$

$$LL(iage, t) = (l(iage, t) + l(iage + 1, t)) / 2 \quad iage = 1, \dots, 99$$

$$LL(100, t) = l(100) / q(100, t)$$

Наконец,

$$eee = \sum_0^{100} LL(iage, t)$$

Определяется разность $D(Step) = eee - e0(t)$,

Задача считается решенной, если $Abs(D(Step)) \leq 0.001$

На первом шаге итераций, $Step = 1$, $\Delta(Step) = -Sgn(D(Step))$, на втором и последующем шагах $Step = 2, \dots$

$$\Delta(Step) = \begin{cases} -0.5 * D(Step), & Sgn(D(Step)D(Step - 1)) < 0 \\ D(Step), & Sgn(D(Step)D(Step - 1)) > 0 \end{cases} ,$$

$$Par2(Step) = Par2(Step - 1) + \Delta(Step)$$

После завершения итераций рассчитывается ряд $PP(iage, t)$ - возрастных вероятностей дожития в году t , $iage = -1, 0, \dots, 99$

$$PP(-1, t) = LL(0, t)$$

$$PP(iage, t) = LL(iage + 1, t) / LL(iage, t), \quad iage = 0, \dots, 98$$

$$PP(99, t) = LL(100, t) / (LL(99, t) + LL(100, t))$$

Процедура определения возрастных показателей рождаемости на основе коэффициента суммарной рождаемости и среднего возраста матери при рождении ребенка

t - год, для которого производится расчет, $ireg$ - регион.

Входные показатели

$f(i, t - 1, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в предыдущем году $t - 1$, $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы

i	1	2	3	4	5	6	7
$iage$	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
$iage1$	15	20	25	30	35	40	45
$iage2$	19	24	29	34	39	44	49

$TFR(t, ireg), Xm(t, ireg)$ - прогнозируемые суммарный коэффициент рождаемости и средний возраст матери при рождении ребенка в году t ;

Ряды констант

$lgtSF(i)$ константы для преобразования логитов коэффициентов рождаемости

Выходные показатели

$f(i, t, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в году t , $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы.

Для упрощения в формулах признак региона $ireg$ опускается

Рассчитывается

For $i = 1, \dots, 7$

$$sf(i, t - 1) = \frac{f(i, t - 1)}{\sum_{i=1}^7 f(i, t - 1)}$$

$$lgtF(i, t - 1) = Ln(sf(i, t - 1) / (1 - sf(i, t - 1)))$$

Задача решается подбором параметра Par , такого, что ряд

$$lgtF(i, t) = lgtF(i, t - 1) + Par * lgtSF(i)$$

будет соответствовать $TFR(t, ireg), Xm(t, ireg)$ - прогнозируемые суммарный коэффициент рождаемости и средний возраст матери при рождении ребенка в году t .

Задача решается итерационно. При $Step = 0$ величина $Par = 0$.

При заданном Par величина $Xm(t)$ определяется следующим образом

$$lgtF(i, t) = lgtF(i, t - 1) + Par * lgtSF(i);$$

$$sf(i, t) = Exp(lgtF(i, t)) / (1 + lgtF(i, t));$$

$$XXX = \frac{\sum_{i=1}^7 sf(i, t) \cdot (12.5 + 5 \cdot i)}{\sum_{i=1}^7 sf(i, t)} ;$$

Определяется разность $D(Step) = XXX - Xm(t)$,

Задача считается решенной, если $Abs(D(Step)) \leq 0.001$

На первом шаге итераций, $Step = 1$, $\Delta(Step) = -Sgn(D(Step))$, на втором и последующем шагах $Step = 2, \dots$

$$\Delta(Step) = \begin{cases} -0.5 * D(Step), & Sgn(D(Step)D(Step - 1)) < 0 \\ D(Step), & Sgn(D(Step)D(Step - 1)) > 0 \end{cases} ,$$

$$Par(Step) = Par(Step - 1) + \Delta(Step)$$

После завершения итераций рассчитывается ряд

$$f(i, t) = TFR(t) \cdot \frac{sf(i, t)}{\sum_{i=1}^7 sf(i, t)} \cdot 200$$

Процедура определения чисел мигрантов по полу и возрасту и расчета населения с учетом миграции

Входные показатели

$S0(x, t, T, s, r)$ население региона r в момент времени t без учета миграции в году T , ($T = 1$ - на начало, $T = 2$ - на конец года) по возрасту x и полу s .

$Mi(t, r, y)$ - сценарное число прибывших в территорию r в году t и типу миграции y , при расчете по России присутствуют два типа миграции, $y = 1$ миграция из населения с возрастной структурой, похожей на население России, $y = 2$ миграция из населения с иной (более молодой) возрастной структурой (при расчете по регионам вся миграция относится к первому типу).

$Mo(t, r)$ - сценарное число выбывших из территории r в году t ;

$S(x, \tau, s, r)$ - население региона r в момент времени $\tau < t$ по возрасту x и полу s .

$M_1(x, \tau, s, r, y)$ - число прибывших в территорию r в году $\tau < t$ по полу и возрасту. При расчете по России присутствуют два типа миграции, $y = 1$ миграция из населения с возрастной структуры, похожей на население России, $y = 2$ миграция из населения с иной (более молодой) возрастной структурой. Считается, что вся миграция базового года относится к первому типу.

$M_2(x, \tau, s, r)$ - число выбывших из территории r в году $\tau < t$ по полу и возрасту.

Ряды констант

При расчете по России $SM(x, s, r)$ - структура миграции второго типа.

При расчете по регионам:

$SM0(x, s)$ - стандартная структура прибывших;

$OM(x, s)$ - стандартная интенсивность выбытия.

Выходные показатели

$S1(x, t_0, T, s, r)$ население региона r в момент времени t_0 с учетом миграции в году T , ($T = 1$ - на начало, $T = 2$ - на конец года) по возрасту x и полу s .

$M_1(x, t, T, s, r, y)$ - число прибывших в территорию r в году T , ($T = 1$ - на начало, $T = 2$ - на конец года) по возрасту x и полу s .

$M_2(x, t, T, s, r)$ - число выбывших из территории r в году T ($T = 1$ - на начало, $T = 2$ - на конец года) по возрасту x и полу s .

Алгоритм расчета включает в себя следующие этапы:

1. Определяются числа выбывших по полу и возрасту

1.1. выбирается такое максимальное τ , $t_{base} \leq \tau < t$, что $\sum_{x,s} M_2(x, \tau, s, r) > 0$,

1.2. Для года τ рассчитывается среднегодовое население

$\bar{S}(x, \tau, s, r) = 0.5 \cdot (S(x, \tau, s, r) + S(x, \tau + 1, s, r))$ и числа выбывших мигрантов по возрасту на момент переезда

$$\bar{M}_2(x, \tau, s, r) = 0.5 \cdot (M_2(x - 1, \tau, s, r) + M_2(x, \tau, s, r)), \quad x = 0, \dots, 99$$

$$\bar{M}_2(x, \tau, s, r) = 0.5 \cdot M_2(100, \tau, s, r), \quad x = 100$$

1.3. Если τ существует, то

$$M_2(x,t,T,s,r) = \frac{Mo(t,r)}{2} \frac{\overline{M_2(x,\tau,s,r)} S0(x,t,T,s,r)}{\sum_{x,s} \frac{\overline{M_2(x,\tau,s,r)} S0(x,t,T,s,r)}{\overline{S(x,\tau,s,r)}}$$

иначе

$$M_2(x,t,T,s,r) = \frac{Mo(t,r)}{2} \frac{OM(x,s) \cdot S0(x,t,T,s,r)}{\sum_{x,s} OM(x,s) \cdot S0(x,t,T,s,r)}$$

2. Определяются числа прибывших (по России – миграция первого типа $y = 1$) по полу и возрасту

2.1. выбирается такое максимальное τ , $t_{base} \leq \tau < t$, что $\sum_{x,s} M_1(x,\tau,s,r,1) > 0$,

2.2. Для года τ рассчитывается среднегодовое население

$\overline{S(x,\tau,s,r)} = 0.5 \cdot (S(x,\tau,s,r) + S(x,\tau+1,s,r))$ и числа прибывших мигрантов по возрасту на момент переезда

$$\overline{M_1(x,\tau,s,r,1)} = 0.5 \cdot (M_1(x-1,\tau,s,r,1) + M_1(x,\tau,s,r,1)), \quad x = 0, \dots, 99$$

$$\overline{M_1(x,\tau,s,r,1)} = 0.5 \cdot M_1(100,\tau,s,r,1), \quad x = 100$$

2.3. Если τ существует, то

$$M_1(x,t,T,s,r,1) = \frac{Mi(t,r,1)}{2} \frac{\overline{M_1(x,\tau,s,r,1)} S0(x,t,T,s,r)}{\sum_{x,s} \frac{\overline{M_1(x,\tau,s,r,1)} S0(x,t,T,s,r)}{\overline{S(x,\tau,s,r)}}$$

иначе

$$M_1(x,t,T,s,r,1) = \frac{M(t,r,1)}{2} \frac{SM0(x,s)}{\sum_{x,s} SM0(x,s)}$$

3. Определяются числа прибывших второго типа $y = 2$ только по России по полу и возрасту

$$M_1(x,t,T,s,r,2) = \frac{M(t,r,2)}{2} \frac{SM(x,s)}{\sum_{x,s} SM(x,s)}$$

По регионам предполагается, что $M_1(x,t,T,s,r,2) = 0$. Содержательно это означает, что миграция второго типа объединена с миграцией первого типа.

4. Расчет населения с учетом миграции

$$S1(x,t_0,T,s,r) = S0(x,t_0,T,s,r) + M_1(x,t,T,s,r,1) + M_1(x,t,T,s,r,2) - M_2(x,t,T,s,r)$$

Процедура прогноза населения ОДНОГО субъекта на ОДИН год

t - год, для которого производится расчет, $isex$ - пол, $ireg$ - субъект.

Входные показатели

Сценарные переменные

$TFR(t, ireg), Xm(t, ireg)$ - суммарный коэффициент рождаемости и средний возраст матери при рождении ребенка в году t ;

$e0(t, isex, ireg), q(0, t, isex, ireg)$ - ожидаемая продолжительность жизни и коэффициент младенческой смертности в году t ;

$InMigrTot(t, ireg, Type)$ - число прибывших в территорию $ireg$ в году t и типу $Type$, при расчете по России присутствуют два типа миграции, $Type = 1$ миграция из населения с возрастной структуры, похожей на население России, $Type = 2$ миграция из населения с иной (более молодой) возрастной структурой, при расчете по регионам вся миграция относится к первому типу.

$OutMigrTot(t, ireg)$ - сценарное число выбывших в территорию $ireg$ в году t ;

$\delta(ireg)$ - доля девочек среди новорожденных.

Результаты прогноза на начало года t или данные базового года

$Popul(iage, t, isex, ireg)$ - население региона $ireg$ на начало года t по возрасту $iage$ и полу $isex$.

$f(i, t-1, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в предыдущем году $t-1$, $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы.

$q(iage, t-1, isex, ireg)$ - возрастные вероятности смерти в предыдущем году $t-1$, по полу $isex$, и возрасту $iage = 0, \dots, 100$, для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности;

$InMigr(iage, t-1, isex, ireg, Type)$ - число прибывших в территорию $ireg$ в году $t-1$ по полу и возрасту и типу.

$OutMigr(iage, t-1, isex, ireg)$ - число выбывших из территории $ireg$ в году $t-1$ по полу и возрасту.

Данные предыдущих расчетов от базового года до года $t-1$

$Popul(iage, \tau, isex, ireg)$ - население региона $ireg$ в момент времени $\tau < t-1$ по возрасту $iage$ и полу $isex$.

$InMigr(iage, \tau, isex, ireg, Type)$ - число прибывших в территорию $ireg$ в году $\tau < t-1$ по полу и возрасту и типу.

$OutMigr(iage, \tau, isex, ireg)$ - число выбывших из территории $ireg$ в году $\tau < t-1$ по полу и возрасту.

Ряды констант

$lgtSF(i)$ константы для преобразования логитов коэффициентов рождаемости

$lgtS(iage, isex)$ константы для преобразования логитов вероятностей смерти

$lgtSl(iage, isex)$, $iage = 1, \dots, 120$ - логиты стандартных чисел живущих таблицы смертности.

$$V(iage) = \begin{cases} 1 - 0.09 * iage, & iage < 12 \\ 0, & iage \geq 12 \end{cases} \text{ - вспомогательный ряд}$$

[при расчете по России] $StrInMigr2(iage, isex, ireg)$ - структура миграции второго типа.

$StrInMigr0(iage, isex)$ - стандартная структура прибывших;

$IntOutMigr0(iage, isex)$ - стандартная интенсивность выбытия.

Выходные показатели

$Popul(iage, t + 1, isex, ireg)$ - население региона $ireg$ на начало года $t + 1$ по возрасту $iage$ и полу $isex$.

$f(i, t, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в году t , $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы.

$q(iage, t, isex, ireg)$ - ряд возрастных вероятностей смерти в году t по полу $isex$ и возрасту $iage = 0, \dots, 100$, для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности;

$B(i, t, 3, ireg)$ - число родившихся обоих полов у женщин в возрастной группе i в году t ;

$B(\cdot, t, isex, ireg)$ - общее число родившихся по полу в году t ;

$Death(iage, t, isex, ireg)$ - число умерших в году t по возрасту на начало года и полу;

$InMigr(iage, t, isex, ireg, Type)$ - число прибывших в территорию $ireg$ в году t по полу, возрасту и типу.

$OutMigr(iage, t, isex, ireg)$ - число выбывших из территории $ireg$ в году t по полу и возрасту.

Расчет

1. С помощью процедуры определения чисел мигрантов по полу и возрасту в момент (начало или конец года) и процедуры расчета населения с учетом миграции определяется население на начало года

2. С помощью «Процедуры определения коэффициента младенческой смертности по полу на основе коэффициента смертности для двух полов вместе» (Приложение 1) переходим от сценарного коэффициента младенческой смертности для двух полов к показателям по полу.

С помощью процедур «Процедура определения возрастных показателей смертности на основе ожидаемой продолжительности жизни и коэффициента младенческой смертности (по полу)» и «Процедура определения возрастных показателей рождаемости на основе коэффициента суммарной рождаемости и среднего возраста матери при рождении ребенка» (Приложение 2,3) на основе соответствующих сценарных переменных рассчитываются

$f(i, t, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в году t , $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы.

$q(iage, t, isex, ireg)$ - ряд возрастных вероятностей смерти в году t , по полу $isex$ и возрасту $iage = 0, \dots, 100$ для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности;

$PP(iage, t, isex, ireg)$ - ряд возрастных вероятностей дожития в году t , по полу $isex$, и возрасту $iage = -1, 0, \dots, 99$, где возраст «-1» означает родившихся в году t ;

3. Население на конец года без учета миграции $Popul0(iage, t, 2, isex, ireg)$ определяется по формулам

$$Popul0(iage, t, 2, isex, ireg) = Popul1(iage - 1, t, 1, isex, ireg) \cdot PP(iage - 1, t, isex, ireg),$$

$$iage = 1, \dots, 99$$

$$Popul0(100, t, 2, isex, ireg) =$$

$$= (Popul1(99, t, 1, isex, ireg) + Popul1(100, t, 1, isex, ireg)) \cdot PP(99, t, isex, ireg)$$

Число родившихся обоих полов у женщин в возрастной группе i в году t определяется по формуле

$$B(i, t, 3, ireg) = f(i, t, ireg) \cdot \sum_{iage=iage1}^{iage2} \frac{Popul1(iage, t, 1, 2, ireg) + Popul0(iage + 1, t, 2, 2, ireg)}{2}$$

i	1	2	3	4	5	6	7
$iage1$	15	20	25	30	35	40	45
$iage2$	19	24	29	34	39	44	49

Общее число родившихся по полу в году t равно:

$$\text{для девочек } B(\cdot, t, 2, ireg) = B(\cdot, t, 3, ireg) \cdot \delta(ireg)$$

$$\text{и для мальчиков } B(\cdot, t, 1, ireg) = B(\cdot, t, 3, ireg) - B(\cdot, t, 2, ireg).$$

$$Popul0(0, t, 2, isex, ireg) = B(\cdot, t, isex, ireg) \cdot PP(-1, t, isex, ireg)$$

4. Окончательное население на начало года $t + 1$ определяется с помощью процедуры «Процедура определения чисел мигрантов по полу и возрасту в момент (начало или конец года) и расчет населения с учетом миграции»

$$Popul(iage, t + 1, isex, ireg) = Popul1(iage, t, 2, isex, ireg)$$

Число мигрантов в году t по возрасту на начало года и полу определяется как

$$InMigr(-1, t, isex, ireg, Type) = InMigr(-1, t, 2, isex, ireg, Type)$$

$$InMigr(iage, t, isex, ireg, Type) =$$

$$= InMigr(iage, t, 1, isex, ireg, Type) + InMigr(iage, t, 2, isex, ireg, Type),$$

$$iage = 0, \dots, 98;$$

$$InMigr(99, t, isex, ireg, Type) = InMigr(99, t, 1, isex, ireg, Type) +$$

$$+ InMigr(100, t, 1, isex, ireg, Type) + InMigr(99, t, 2, isex, ireg, Type)$$

$$OutMigr(-1, t, isex, ireg, Type) = OutMigr(-1, t, 2, isex, ireg, Type),$$

$$OutMigr(iage, t, isex, ireg, Type) =$$

$$= OutMigr(iage, t, 1, isex, ireg, Type) + OutMigr(iage, t, 2, isex, ireg, Type),$$

$$iage = 0, \dots, 98;$$

$$OutMigr(99, t, isex, ireg, Type) = OutMigr(99, t, 1, isex, ireg, Type) +$$

$$+ OutMigr(100, t, 1, isex, ireg, Type) + OutMigr(99, t, 2, isex, ireg, Type)$$

Число умерших в году t по возрасту на начало года и полу определяется как

$$Death(-1, t, isex, ireg) = B(\cdot, t, isex, ireg) \cdot (1 - PP(-1, t, isex, ireg))$$

$$Death(iage, t, isex, ireg) = Popul1(iage, t, 1, isex, ireg) \cdot (1 - PP(iage, t, isex, ireg)),$$

$$iage = 0, \dots, 98$$

$$Death(99, t, isex, ireg) = (Popul1(99, t, 1, isex, ireg) + Popul1(100, t, 1, isex, ireg)) \cdot (1 - PP(iage, t, isex, ireg))$$

Приложение 6

Процедура балансировки результатов региональных прогнозов к ранее рассчитанному прогнозу по России

Балансировке подлежат следующие показатели:

- 1) $B(\cdot, t, 3, r)$ - общее число родившихся обоого пола в году t ;
- 2) $B(\cdot, t, s, r)$ - общее число родившихся по полу в году t ;
- 3) $B(i, t, 3, r)$ - число родившихся обоих полов у женщин в возрастной группе i в году t ;
- 4) $M_1(x, t, s, r, y)$ - число прибывших в территорию r в году t по полу, возрасту и типу;
- 5) $D(x, t, s, r)$ - число умерших в году t по возрасту на начало года и полу;
- 6) $M_2(x, t, s, r)$ - число выбывших из территории r в году t по полу и возрасту.

Пусть $r = 1, \dots, Nr$ - основной перечень регионов. Допустим, что Nk регионов $r_k, k = 1, \dots, Nk$ содержат внутри себя другие субъекты Российской Федерации. Необходимо пересчитать возрастные численности населения на начало года t $S(x, t, s, r)$ и все подлежащие балансировке ряды с тем, чтобы все регионы стали независимы друг от друга, т.е. вычтем из данных по регионам $r_k, k = 1, \dots, Nk$ данные по входящим в них регионам, где таковые данные имеются – по возрастам (возрастным группам) и полу. Если в процессе вычитания получается отрицательное число, то оно заменяется на 0.

Новый список регионов - $\underline{r} = 1, \dots, Nr$. $\underline{r} = 0$ - Россия.

1. Общее число родившихся обоого пола балансируется следующим образом:

$B^B(\cdot, t, 3, \underline{r}) = B(\cdot, t, 3, \underline{r}) \cdot RR$, где индекс B отличает сбалансированный ряд от несбалансированного, а $RR = \frac{B(\cdot, t, 3, 0)}{\sum_{\underline{r}} B(\cdot, t, 3, \underline{r})}$

2. $B(\cdot, t, s, \underline{r})$ - общее число родившихся по полу балансируется с помощью процедуры «Процедура балансировки прямоугольных таблиц при возможном верхнем ограничении на элементы». Строка балансируемой матрицы – пол, столбец – регион. В качестве новой суммы матрицы по строкам берутся числа родившихся в России по полу, в качестве новой суммы матрицы по столбцам берутся числа родившихся в регионах обоих полов вместе. Верхнее ограничение отсутствует.

3. $B(i, t, 3, \underline{r})$ - число родившихся обоих полов у женщин в возрастной группе i балансируется с помощью вышеназванной процедуры. Строка балансируемой матрицы соответствует возрастной группе, столбец – региону. В качестве новой суммы матрицы по строкам берутся числа родившихся в России по возрастным группам матери, в качестве новой суммы матрицы по столбцам берутся общие числа родившихся в регионах обоих полов вместе. Верхнее ограничение отсутствует.

4. $M_1(x, t, s, \underline{r}, 1)$ - число прибывших в территорию \underline{r} в году t по полу, возрасту и типу. Для каждого пола подсчитывается сумма $\sum_{\underline{r}} M_1(x, t, s, \underline{r}, 1)$. Если эта сумма больше или равна

$M_1(x, t, s, 0) = M_1(x, t, s, 0, 1) + M_1(x, t, s, 0, 2)$, то балансировка не требуется.

В другом случае

4.1. Подсчитываются суммы $M_1(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = \sum_x M_1(x, t, s, \underline{r}, 1)$.

4.2. Ряд $M_1(\cdot, t, s, \underline{r}, 1)$ следующим образом балансируется к итогу по России

$M_1^B(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = M_1(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) \cdot RR$, где $RR = \frac{M_1(\cdot, t, s, 0)}{\sum_{\underline{r}} M_1(\cdot, t, s, \underline{r}, 1)}$.

4.3. Ряд $M_1(x, t, s, \underline{r}, 1)$ - число прибывших в территорию \underline{r} балансируется с помощью вышеназванной процедуры «Процедура балансировки прямоугольных таблиц при возможном верхнем ограничении на элементы» для каждого пола отдельно. Строка балансируемой матрицы соответствует возрасту, столбец – региону. В качестве новой суммы матрицы по

строкам берутся возрастные численности прибывших в Россию, в качестве новой суммы матрицы по столбцам берутся сбалансированные общие числа прибывших $M_1^B(\cdot, t, s, \underline{r}, 1)$. Верхнее ограничение отсутствует.

5. Подсчитывается население регионов на конец года t без учета смертности и эмиграции

$$S^1(x+1, t+1, s, \underline{r}) = S(x, t, s, \underline{r}) + M_1^B(x, t, s, \underline{r}, 1), x = 0, \dots, 99;$$

$$S^1(0, t+1, s, \underline{r}) = B^B(t, s, \underline{r}) + M_1^B(-1, t, s, \underline{r}, 1), x+1 = 0;$$

$$S^1(100, t+1, s, \underline{r}) = S(99, t, s, \underline{r}) + S(100, t, s, \underline{r}) + M_1^B(99, t, i, \underline{r}, 1) + M_1^B(100, t, s, \underline{r}, 1), x+1 = 100;$$

6. Ряды $D(x, t, s, r)$ - число умерших в году t по возрасту на начало года и полу подлежат балансировке при всех условиях.

$$6.1. \text{ Подсчитываются суммы } D(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = \sum_x D(x, t, s, \underline{r}).$$

6.2. Ряд $D(\cdot, t, s, \underline{r}, 1)$ следующим образом балансируется к итогу по России

$$D^B(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = D(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) \cdot RR, \text{ где } RR = \frac{D(\cdot, t, s, 0)}{\sum_r D(\cdot, t, s, \underline{r})}.$$

6.3. Ряды $D(x, t, s, r)$ - число умерших в году t по возрасту на начало года балансируются с помощью вышеназванной процедуры «Процедура балансировки прямоугольных таблиц при возможном верхнем ограничении на элементы» для каждого пола отдельно. Строка балансируемой матрицы соответствует возрасту, столбец - региону. В качестве новой суммы матрицы по строкам берутся возрастные численности умерших по России $D(x, t, s, 0)$, в качестве новой суммы матрицы по столбцам берутся сбалансированные общие числа умерших $D^B(\cdot, t, s, \underline{r})$. Верхнее ограничение равно $S^1(x+1, t+1, s, \underline{r})$. Результат балансировки $D^B(x, t, s, \underline{r})$

7. Подсчитывается население регионов на конец года t без учета эмиграции

$$S^2(x+1, t+1, s, \underline{r}) = S^1(x+1, t+1, s, \underline{r}) - D^B(x, t, s, \underline{r})$$

8. Ряды $M_2(x, t, s, r)$ чисел выбывших из территории r в году t по полу и возрасту подлежат балансировке при всех условиях. Сумма выбывших из всех регионов России по каждой возрастно-половой группе должна равняться числу прибывших во все регионы России плюс число прибывших в Россию минус число выбывших из России по данным общероссийского расчета. Соответствующий ряд обозначим

$$M_2^0(x, t, s) = M_1(x, t, s, 0) - M_2(x, t, s, 0) + \sum_r M_1^B(x, t, s, \underline{r}, 1)$$

$$8.1. \text{ Подсчитываются суммы } M_2(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = \sum_{age} M_2(x, t, s, \underline{r}).$$

8.2. Ряд $M_2(\cdot, t, s, \underline{r}, 1)$ следующим образом балансируется к итогу по России $M_2(\bullet, t, s, 0)$:

$$M_2^B(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) = M_2(\cdot, t, s, \underline{r}, 1) \cdot RR, \text{ где } RR = \frac{M_2(\bullet, t, s, 0)}{\sum_r M_2(\bullet, t, s, \underline{r})}.$$

8.3. Ряды $M_2(x, t, s, r)$ - числа выбывших из территории r в году t по полу и возрасту на начало года балансируются с помощью «Процедуры балансировки прямоугольных таблиц при возможном верхнем ограничении на элементы» для каждого пола отдельно. Строка балансируемой матрицы соответствует возрасту, столбец - региону. В качестве новой суммы матрицы по строкам берутся возрастные численности $M_2(x, t, s, 0)$, в качестве новой суммы матрицы по столбцам берутся сбалансированные общие числа выбывших $M_2^B(\cdot, t, s, \underline{r})$. Верхнее ограничение равно $S^2(x+1, t+1, s, \underline{r})$. Результат балансировки $M_2^B(x, t, s, \underline{r})$

9. Окончательное увязанное население на конец года

$$S(x+1, t+1, s, \underline{r}) = S^2(x+1, t+1, s, \underline{r}) - M_2^B(x, t, s, \underline{r}).$$

Процедура расчета показателей таблиц смертности в году t

Данная процедура используется при региональном прогнозе, главное ее назначение – рассчитывать таблицы смертности по регионам после увязки прогнозных чисел умерших по регионам и России.

Она может быть применена для расчета таблиц смертности в базовом году по регионам и по России в целом, но надо учитывать, что этот расчет сопряжен с очень сильным выравниванием.

Входные показатели

$Popul(iage, t, isex, ireg)$, $Popul(iage, t + 1, isex, ireg)$ население региона $ireg$ по полу и возрасту на начало лет t , $t + 1$.

$Death(iage, t, isex, ireg)$ числа умерших в году t в регионе $ireg$ по полу и возрасту на начало года t .

Ряд констант

$lgtSl(iage, isex)$, $iage = 1, \dots, 120$ - логиты стандартных чисел живущих таблицы смертности.

$lgtS(iage, isex)$ константы для преобразования логитов вероятностей смерти

$q(iage, t, isex, ireg)$ - ранее рассчитанные вероятности смертности за год t по другим регионам. Предполагается вертикальная организация расчета от больших территорий к меньшим: Россия в целом, федеральные округа, республики, края, области, автономные округа.

Выходные показатели

$q(iage, t, isex, ireg)$ - [окончательные] возрастные вероятности смерти в году t ; $iage = 0, \dots, 100$, для возраста 100 лет указывается возрастной коэффициент смертности;

$PP(iage, t, isex, ireg)$ - [окончательные] возрастные вероятности дожития в году t , $iage = -1, 0, \dots, 99$, где возраст «-1» означает родившихся в году t ;

$e0(t, isex, ireg)$ - ожидаемая продолжительность жизни при рождении в году t

Определение [окончательные] относится к ситуации собственно расчета прогноза по субъектам.

Расчет

1. Осуществляется переход от показателей по возрасту на начало года к показателям по возрасту на момент наступления события.

$$\overline{Death}(iage, t, isex, ireg) = (Death(iage, t, isex, ireg) + Death(iage + 1, t, isex, ireg)) / 2, \quad iage = 2, \dots, 98$$

$$\overline{Death}(0, t, isex, ireg) = Death(0, t, isex, ireg) + 0.666 * Death(1, t, isex, ireg)$$

$$\overline{Death}(1, t, isex, ireg) = 0.334 * Death(1, t, isex, ireg) + 0.5 * DeathY(2, t, isex, ireg)$$

$$\overline{Death}(100, t, isex, ireg) = DeathY(100, t, isex, ireg) / 2$$

и среднегодовое население

$$\overline{Popul}(iage, t, isex, ireg) = (Popul(iage, t, isex, ireg) + Popul(iage, t + 1, isex, ireg)) / 2$$

$iage = 0, \dots, 100 +$

А также подсчитывается общее число умерших данного пола

$$Death(\cdot, t, isex, ireg) = \sum_{iage} Death(iage, t, isex, ireg)$$

и численность населения обоего пола

$$PopSex = \sum_{iAge, iSex} \overline{Popul}(iAge, t, iSex, , iReg)$$

Далее используются два разных алгоритма для случаев $PopSex > 20000$ и $PopSex \leq 20000$.

2. Если $PopSex > 20000$

2.1. Суммированием по соответствующим возрастам осуществляется переход к возрастным группам $iA = 0, 1-4, 5-9, \dots, 80-84, 85+$ как в числах умерших, так и в данных о населении.

2.2. Рассчитываются коэффициенты смертности

Для возраста 0 лет, если $\overline{Death}(iA, t, iSex, iReg) > 0.1$ и $\overline{Popul}(iA, iSex, iY, iReg) > 0.1$ для других возрастов, если $\overline{Death}(iA, t, iSex, iReg) > 0$ и $\overline{Popul}(iA, iSex, iY, iReg) > 0.1$, то

$$mx(iA, t, iSex, iReg) = \frac{\overline{Death}(iA, t, iSex, iReg)}{\overline{Popul}(iA, t, iSex, , iReg)},$$

иначе

$$mx(iA, t, iSex, iReg) = 0.0000001$$

$$iA = 0, 1-4, 5-9, \dots, 80-84.$$

Если $iA = 85+$, то используется та же формула, но при этом если $mx(iA, t, iSex, iReg) < 0.294118$, то он принимается равным 0.294118

2.3. Рассчитываются вероятности смерти

Если $mx(iA, t, iSex, iReg) < 0.4$, то

$$qx(0, t, iSex, iReg) = \frac{mx(0, t, iSex, iReg)}{(1 + (1 - (0.07 + 1.7 * mx(0, t, iSex, iReg))) * mx(0, t, iSex, iReg))},$$

$$qx(1-4, t, iSex, iReg) = 4 \cdot mx(1-4, t, iSex, iReg) / (1 + 2.4 \cdot mx(1-4, t, iSex, iReg)),$$

$$qx(iA, t, iSex, iReg) = 5 \cdot mx(iA, t, iSex, iReg) / (1 + 2.5 \cdot mx(iA, t, iSex, iReg)),$$

$iA = 5-9, \dots, 80-84$

Если $mx(iA, t, iSex, iReg) \geq 0.4$, то соответствующая вероятность

$$qx(0, t, iSex, iReg) = 1 - \exp(-mx(0, t, iSex, iReg)), \quad (A)$$

$$qx(1-4, t, iSex, iReg) = 1 - \exp(-4 \cdot mx(1-4, t, iSex, iReg)),$$

$$qx(iA, t, iSex, iReg) = 1 - \exp(-5 \cdot mx(iA, t, iSex, iReg)), \quad iA = 5-9, \dots, 80-84$$

2.4. Для каждого возраста рассчитываются основные функции таблицы смертности: числа доживающих $l(iA, t, iSex, iReg)$ и числа живущих $LL(iA, t, iSex, iReg)$.

В дальнейшем в формулах этого пункта символы $t, iSex, iReg$ опускаются.

$$l(0) = 1$$

$$LL(0) = qx(0) / (-(1 - 0.93 * qx(0)) + \sqrt{((1 - 0.93 * qx(0))^2 + 4 * 1.7 * qx(0) * qx(0))}) / 3.4 / qx(0)$$

$$l(1) = 1 - qx(0)$$

$$l(5) = l(1) * (1 - qx(1))$$

$$LL(1) = 4 * l(5) + (l(1) - l(5)) * 1.6$$

$$l(iA + 5) = l(iA) * (1 - qx(iA))$$

$$LL(iA) = 2.5 * (l(iA) + l(iA + 5))$$

$$LL(85+) = l(85+) / mx(85+)$$

Продолжительность жизни при рождении рассчитывается как

$$e(0) = \sum_{iA} LL(iA) \quad (Б)$$

и

$$lgtl(iage) = \ln((1 - l(iage)) / l(iage)), iage = 1, 5, 10, \dots, 85.$$

Далее для выравнивания показателей рассчитываются

$$SS1 = \sum_{iage=1,5,10,\dots,85} lgtl(iage)$$

$$SS2 = \sum_{iage=1,5,10,\dots,85} lgtl(iage) * lgtSl(iage)$$

и определяются параметры *Par1* и *Par2*

$$\text{Для мужчин } isex = 1 \quad Par1 = 0.075744 \cdot SS1 + 0.015323 \cdot SS2$$

$$Par2 = 0.015323 \cdot SS1 + 0.01163 \cdot SS2$$

$$\text{Для женщин } isex = 2 \quad Par1 = 0.157053 \cdot SS1 + 0.0433 \cdot SS2$$

$$Par2 = 0.0433 \cdot SS1 + 0.018472 \cdot SS2$$

Выровненные числа доживающих для возрастов 0, ..., 120 определяются по формулам

$$\hat{l}(0) = 1$$

$$\hat{l}(iage) = 1 / (1 + \exp(Par1 + Par2 * lgtSl(iage))), iage = 1, \dots, 120$$

Вероятности смерти рассчитываются как

$$\hat{q}(iage) = (\hat{l}(iage) - \hat{l}(iage + 1)) / \hat{l}(iage), iage = 1, \dots, 99$$

Если ранее рассчитанная лежит в интервале $0.002 \leq qx(0) \leq 0.09$, то $\hat{q}(0) = qx(0)$, иначе $\hat{q}(0) = (1 - \hat{l}(1))$, причем если $\hat{q}(0)$ окажется меньше 0.0005, то оно заменяется на 0.0005

$$\hat{q}(100) = \frac{2 \cdot \hat{l}(100)}{\sum_{iage=100}^{119} (\hat{l}(iage) + \hat{l}(iage + 1))}$$

Вместо вероятности смерти в возрасте 100 лет указывается коэффициент смертности.

2.5. Далее с помощью вышеописанной процедуры «Процедура определения возрастных показателей смертности на основе ожидаемой продолжительности жизни и коэффициента младенческой смертности (по полу)» вероятности $\hat{q}(iage)$ несколько уточняются с тем, чтобы вероятность смерти и ожидаемая продолжительность жизни при рождении, соответствующие

выходному ряду $q(iage, t, isex, ireg)$, $iage = 0, 1, \dots, 100$, в точности равнялись $q(0, t, isex, ireg)$, $e(0, t, isex, ireg)$, определенным в формулах (А) и (Б). Одновременно в процедуре рассчитывается $PP(iage, t, isex, ireg)$ - возрастные вероятности дожития в году t , $iage = -1, 0, \dots, 99$, где возраст «-1» означает родившихся в году t .

$$e(0, t, isex, ireg) = \sum_{iA} LL(iA)$$

3. Если $PopSex \leq 20000$.

Выбирается объемлющая территория $ireg0$ ($PopSex > 20000$), по которой расчет проведен.

Рассчитывается ряд

$$lgt(iage, t, isex, ireg0) = (1 - q(iage, t, isex, ireg0)) / \ln(q(iage, t, isex, ireg0)),$$

$$iage = 0, \dots, 100$$

Далее с помощью итераций подбирается такой параметр par , что таблица смертности, соответствующая логит-преобразованию ряда вероятностей смерти, равному

$$lgt(iage, par) = lgt(iage, t, isex, ireg0) - Par * lgtS(iage)$$

соответствовала общему числу умерших в населении, равному $Death(\cdot, t, isex, ireg)$

Число умерших $DDD(par)$, соответствующее данному значению параметра par определяется следующим образом

$$q(iage, par) = 1 / (1 + \exp(2 \cdot lgt(iage, par))), \quad iage = 0, \dots, 100;$$

$$l(0, par) = 1$$

$$l(iage, par) = l(iage - 1, par) \cdot (1 - q(iage - 1, par)), \quad iage = 1, \dots, 100;$$

Далее:

$$LL(0, t) = \frac{3.4 * q(iage, par)^2}{(\sqrt{((1 - 0.93 * q(iage, par))^2 + 6.8 * q(iage, par)^2)} - (1 - 0.93 * q(iage, par)))}$$

$$LL(iage, par) = (l(iage, par) + l(iage + 1, par)) / 2, \quad iage = 1, \dots, 99$$

$$LL(100, t) = l(100) / q(100, t)$$

$$DDD(par) = \overline{Popul}(100, t, isex, , ireg) \cdot q(100, par) +$$

$$+ \sum_{iage=0}^{99} \frac{l(iage, par) - l(iage + 1, par)}{LL(iage, par)} \cdot \overline{Popul}(iage, t, isex, , ireg)$$

Итерации организуются следующим образом.

Первоначально $par(0) = 0$ и $Step(0) = 0$

Сравнивается $Death(\cdot, t, isex, ireg)$ и $DDD(0)$. Если абсолютная величина их разности больше 0.5, то

$$Step(1) = \frac{Death(\cdot, t, isex, ireg) - DDD(0)}{\text{Abs}(Death(\cdot, t, isex, ireg) - DDD(0))} \cdot 10.$$

Следующий шаг итераций проводится при значении параметра $par(1) = par(0) + Step(1)$.

В общем случае итерации продолжаются до тех пор пока

$$\text{Abs}(Death(\cdot, t, isex, ireg) - DDD(par(n))) > 0.5$$

Следующий $par(n+1) = par(n) + Step(n+1)$ и

$$Step(n+1) = \begin{cases} Step(n), v > 0 \\ \frac{Step(n)}{2}, v < 0 \end{cases},$$

где

$$v = (Death(\cdot, t, isex, ireg) - DDD(par(n))) \cdot (Death(\cdot, t, isex, ireg) - DDD(par(n-1)))$$

Ожидаемая продолжительность жизни при рождении в году t есть

$$e0(t, isex, ireg) = \sum_{iage} LL(iage)$$

Процедура выполнена

Процедура расчета показателей рождаемости в году t

Данная процедура используется при региональном прогнозе, главное ее назначение – рассчитывать показатели рождаемости по регионам после увязки прогнозных чисел родившихся субъектам и России.

Входные показатели

$Popul(iage, t, isex, ireg)$, $Popul(iage, t + 1, isex, ireg)$ население региона $ireg$ по полу и возрасту на начало лет t , $t + 1$.

$B(i, t, 3, ireg)$ числа родившихся обоих полов в году t в регионе $ireg$ по возрастным группам матери.

При работе с данными статистики рождения до 15 лет следует включить в группу 15-19 лет, а после 50 – в группу 45-49 лет.

Выходные показатели

$f(i, t, ireg)$ - ряд возрастных коэффициентов в году t , $i = 1, \dots, 7$, - номер возрастной группы

$TFR(t, ireg)$, $Xm(t, ireg)$ - суммарный коэффициент рождаемости и средний возраст матери при рождении ребенка в году t в регионе $ireg$;

Возрастные группы

i	1	2	3	4	5	6	7
$iage$	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
$iage1(i)$	15	20	25	30	35	40	45
$iage2(i)$	19	24	29	34	39	44	49

Расчет

1. Суммированием по соответствующим возрастам осуществляется переход в данных о населении к возрастным группам 1-7.

2. Возрастной коэффициент рождаемости в группе i равен

$$f(i, t, ireg) = \frac{2 \cdot B(i, t, 3, ireg)}{Popul(i, t, 2, ireg) + Popul(i, t + 1, 2, ireg)}$$

3. $TFR(t, ireg) = 5 \cdot \sum_i f(i, t, ireg)$

$$4. Xm(t, ireg) = \frac{\sum_i (iage1(i) + 2.5) f(i, t, ireg)}{\sum_i f(i, t, ireg)}$$